

花蓮縣立宜昌國民中學 110 學年度第一學期第三次段考 9 年級數學科試題

命題老師：邵治家老師

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

*測驗說明和注意事項：

- (1) 試題卷共 6 頁，雙面列印；考試範圍：康軒版第 5 冊 Ch. 3。
- (2) 請將選擇題正確的選項劃記於 答案卡 上；圖形僅供參考。
- (3) 測驗時間 60 分鐘，請妥善分配答題時間。

一、 選擇題：94% (第 1~19 題，每題 4%；第 20~25 題，每題 3%)

1. () (甲) 三角形的外心都在三角形的外部 (乙) 三角形的內心都在三角形的內部
 (丙) 直角三角形的重心在斜邊中點上 (丁) 正三角形的外心、內心、重心都在同一點。

請問以上正確的敘述有幾個？

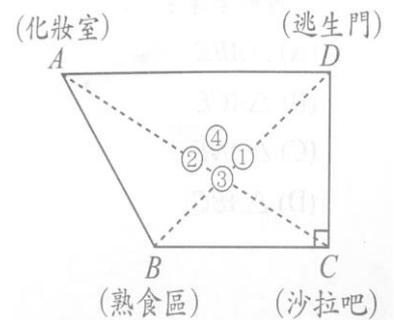
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. () 已知 a 為奇數、 b 為偶數，則下列敘述何者正確？

- (A) a^2 為偶數 (B) b^2 為奇數
 (C) $a^2 + 3b$ 為偶數 (D) $b^2 + 5a$ 為奇數

3. () 如圖，梯形 $ABCD$ 為宜昌自助餐廳的內部位置圖，其中 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle BCD = 90^\circ$ ，且 A 、 B 、 C 、 D 四點分別為化妝室、熟食區、沙拉吧、逃生門的位置。已知：

- ① 號桌位於熟食區與逃生門連接線段的中點；
- ② 號桌位於化妝室與沙拉吧連接線段的中點；
- ③ 號桌位於熟食區與逃生門的連線及化妝室與沙拉吧的連線交點；
- ④ 號桌恰好位於①、②、③號桌三張桌子所形成的三角形之外心上。



今小鳳帶小孩到此餐廳用餐，他想坐在離化妝室、沙拉吧與逃生門相等距離的位置，

若你是服務生，你應該安排小鳳坐在幾號桌？

- (A) ①號桌 (B) ②號桌 (C) ③號桌 (D) ④號桌

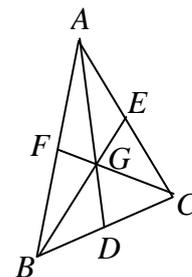
4. () 如右圖(一)，有一質地均勻的三角形鐵片， $\triangle ABC$ 三中線相交於 G 點，且 $\overline{AD} = 36$ 公分、

$\overline{BE} = 21$ 公分、 $\overline{CF} = 33$ 公分。若小瑛想用食指撐住

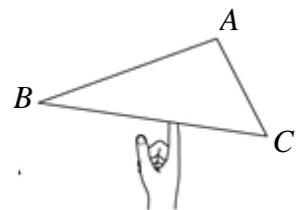
此鐵片達到平衡，如圖(二)，則小瑛食指的支撐點應

設在 \overline{AD} 上，且距離 D 點多少公分？

- (A) 7 (B) 11 (C) 12 (D) 24



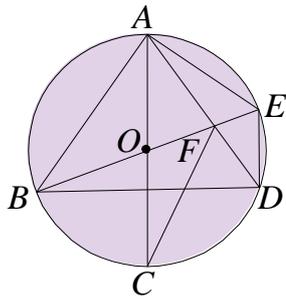
圖(一)



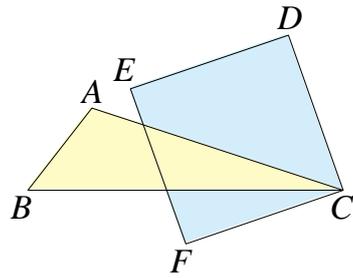
圖(二)

5. () 如圖(三)，圓 O 中有多個三角形，則 O 點不是下列哪一個三角形的外心？

- (A) $\triangle ABE$ (B) $\triangle ABD$ (C) $\triangle ACF$ (D) $\triangle ADE$



圖(三)



圖(四)

6. () 如圖(四)，已知 F 點為鈍角三角形 ABC 的外心，四邊形 $CDEF$ 為正方形，其中 D 、 E 兩點皆在三角形外部。以下為小虹與小英對於此圖形的看法：

小虹：「我認為 F 點是三角形 ACE 的外心。」

小英：「我認為 F 點也是三角形 BDE 的外心。」

判斷兩人的看法何者正確？

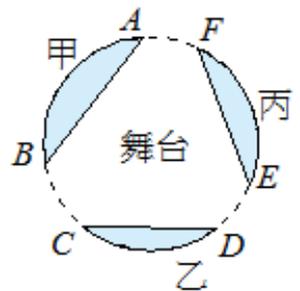
- (A) 僅小虹正確 (B) 僅小英正確
(C) 兩人的看法皆正確 (D) 兩人的看法皆不正確

7. () 每年都是東台灣跨年指標性活動的「2021-2022 花蓮太平洋觀光節」

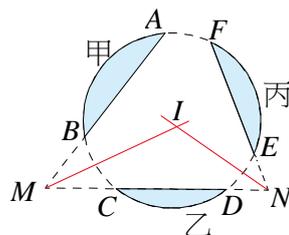
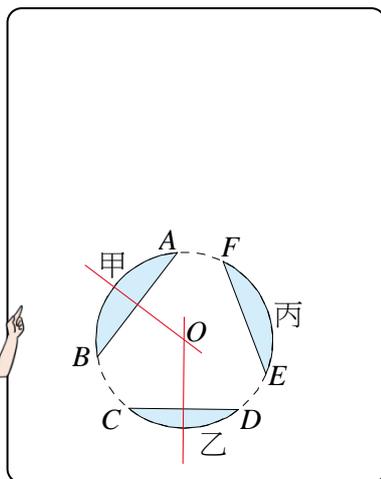
跨年演唱會，右圖為本次跨年演唱會的圓形表演劇場，主辦單位搭建了甲、乙、丙三個弓形區域作為觀眾席，其中甲面積 $>$ 丙面積 $>$ 乙面積。

而主舞臺中心將搭建在距離 \overline{AB} 、 \overline{CD} 、 \overline{EF} 皆相等的位置。小庸和小真

對於「主舞臺中心搭建位置」的說法如下。判斷他們的說法何者正確？



小庸

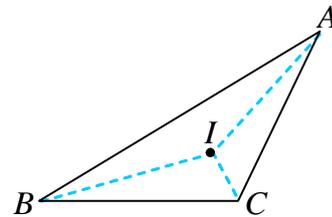


小真

- (A) 僅小庸正確 (B) 僅小真正確
(C) 兩人的看法皆正確 (D) 兩人的看法皆不正確

~注意時間分配，繼續努力~

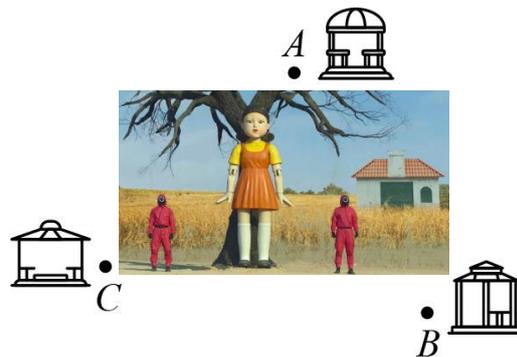
8. () 羅志祥睽違近兩年終於復出，登上「2021-2022 花蓮太平洋觀光節」跨年演唱會，右圖為演唱會的舞臺設計，羅志祥為了貼近歌迷朋友，希望能到舞臺邊的距離相等，決定出場時在 I 點上，舞臺分成



搖滾區 $\triangle AIB$ 、貴賓區 $\triangle BIC$ 、互動區 $\triangle AIC$ 。已知 $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 5$ ，則 $\triangle BIC$ 與 $\triangle AIC$ 的面積比為何？

- (A) 1 : 1 (B) 3 : 2 (C) 6 : 5 (D) 9 : 5

9. () 魷魚遊戲第二季，想要將遊戲升級為 2.0 版，其中遊戲「一二三木頭人」如右圖，廣場中有 A 、 B 、 C 三座涼亭，已知 $\overline{AB} = 50$ 公尺、 $\overline{AC} = 50$ 公尺、 $\overline{BC} = 60$ 公尺，



參賽者可選擇 A 、 B 、 C 三座涼亭起跑，為考量遊戲之

公平性，我們將木頭人娃娃放在距離 A 、 B 、 C 三座涼亭皆相等的位置上，

則木頭人娃娃應該放在何處？

- (A) 三角形三邊中垂線的交點上 (B) 三角形三內角角平分線的交點上
(C) 三角形三中線的交點上 (D) 三角形三邊垂線的交點上
10. () 承上題，若你是參賽者，你會選擇哪一個涼亭，才能有最短的距離跑到木頭人娃娃處？
(A) A (B) B (C) C (D) A、B、C 都一樣

11. () 承上題，請問你所選擇起跑的涼亭，跑向木頭人娃娃直線最短的距離為多少公尺？
(A) 30 (B) 40 (C) $\frac{25}{8}$ (D) $\frac{125}{4}$

12. () 如右圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$ 中， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，若 E 為 \overline{AB} 上任一點，在證明 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 的過程如下，正確的證明順序為何？

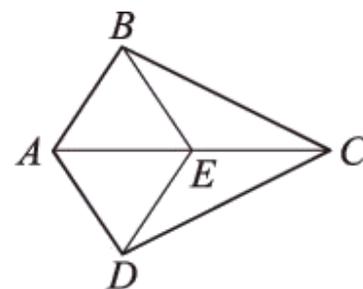
甲： $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\angle BAC = \angle DAC$ ， $\overline{AE} = \overline{AE}$

乙： $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AC} = \overline{AC}$

丙： $\triangle ABE \cong \triangle ADE$ ，故 $\overline{EB} = \overline{ED}$

丁： $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

戊： $\angle BAC = \angle DAC$



- (A) 甲 \rightarrow 乙 \rightarrow 戊 \rightarrow 丁 \rightarrow 丙 (B) 乙 \rightarrow 戊 \rightarrow 甲 \rightarrow 丙 \rightarrow 丁
(C) 乙 \rightarrow 丁 \rightarrow 戊 \rightarrow 甲 \rightarrow 丙 (D) 戊 \rightarrow 乙 \rightarrow 甲 \rightarrow 丁 \rightarrow 丙

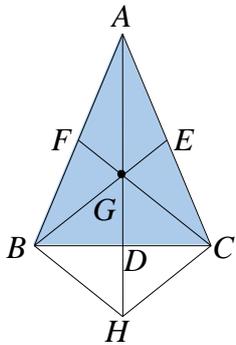
13. () 小明在做奇偶數判別的證明，已知 a 是奇數， b 是偶數，求證 a^2+b^2 為奇數。

其證明過程如下：

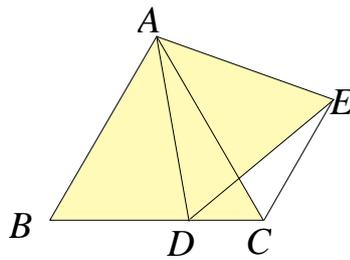
步驟一： $\because a$ 是奇數，設 $a=2m+1$ ， m 是整數，
 b 是偶數，設 $b=2n$ ， n 是整數
 步驟二： $\therefore a^2+b^2=(2m+1)^2+(2n)^2$
 $= 4m^2+1+4n^2$
 $= 2(2m^2+2n^2)+1$
 步驟三： 故 a^2+b^2 為奇數

請問小明從以上哪一個步驟開始發生錯誤？

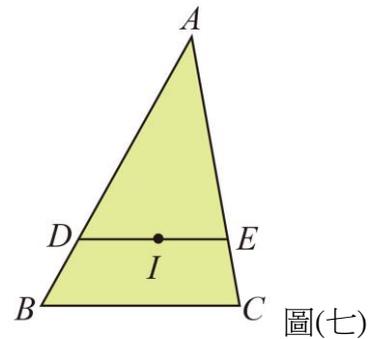
- (A) 步驟一 (B) 步驟二 (C) 步驟三 (D) 過程完全沒有錯誤
14. () 如圖(五)， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心， H 點在 \overline{AD} 上，且 $\overline{GD}=\overline{DH}$ ，則下列何者的面積不等於
 $\triangle ABC$ 面積的三分之一？
 (A) $\triangle ABG$ (B) $\triangle BCE$
 (C) $\triangle CGH$ (D) 四邊形 $BFGD$
15. () 如圖(六)，正 $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{BC} 上一點，若 $\triangle ADE$ 為正三角形，則 $\angle BCE$ 的度數為何？
 (A) 100° (B) 115° (C) 120° (D) 135°



圖(五)



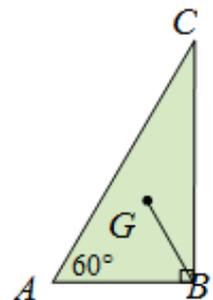
圖(六)



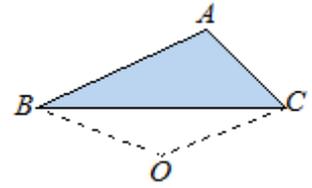
圖(七)

16. () 如圖(七)， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， I 在 \overline{DE} 上，且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\overline{AB}=8$ 、 $\overline{AC}=7$ 、 $\overline{BC}=5$ ，
 則 $\triangle ADE$ 周長為多少？
 (A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 20
17. () 如右圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ 、 $\angle A=60^\circ$ ， G 點為其重心，
 若 $\overline{AB}=3$ ，則 \overline{BG} 為多少？

- (A) 2 (B) $\frac{5}{3}$ (C) 4 (D) $2\sqrt{3}$



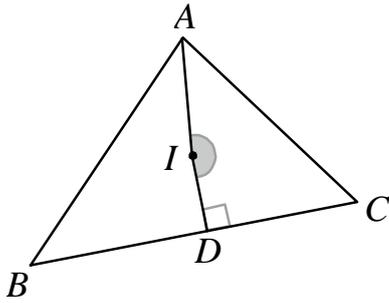
18. () 如右圖，在鈍角 $\triangle ABC$ 中， O 點為外心，若 $\angle BAC=110^\circ$ ，則 $\angle BOC$ 的度數為何？



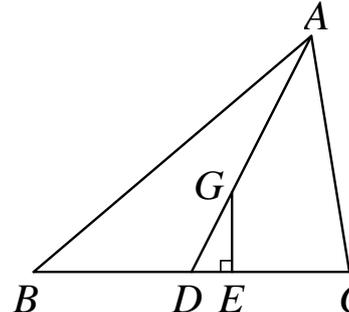
- (A) 100° (B) 110° (C) 120° (D) 140°

19. () 如圖(八)， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， D 點在 \overline{BC} 上，且 $\overline{ID} \perp \overline{BC}$ 。若 $\angle B=44^\circ$ ， $\angle C=56^\circ$ ，則 $\angle AID$ 的度數為何？【107年會考】

- (A) 174° (B) 176° (C) 178° (D) 180°



圖(八)



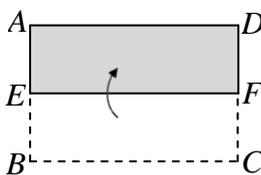
圖(九)

20. () 如圖(九)， G 為 $\triangle ABC$ 的重心，直線 AG 與 \overline{BC} 相交於 D 點， E 點在 \overline{CD} 上且 $\overline{GE} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{BE}=5$ ， $\overline{CE}=3$ ， $\overline{GE}=2$ ，則 \overline{AG} 的長度為多少？【110年會考(補)】

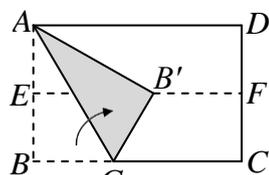
- (A) $\sqrt{13}$ (B) $\sqrt{29}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{5}$

21. () 下圖(十)~(十二)是小樺摺紙的過程：先將長方形紙片 $ABCD$ 短邊對摺，使 B 點與 A 點重疊， C 點與 D 點重疊，摺痕為 \overline{EF} ，如圖(十)所示。接著攤開紙張，將 B 點摺向 \overline{EF} ，使 B 點與 \overline{EF} 上的一點 B' 重合，摺痕為 \overline{AG} ，如圖(十一)所示。再攤開紙張，作 $\overline{AB'}$ 、 $\overline{BB'}$ 、 $\overline{GB'}$ ，如圖(十二)所示。設 \overline{AG} 與 \overline{EF} 相交於 O 點，如圖(十三)，則 O 為 $\triangle ABB'$ 的？

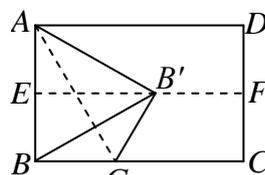
- (A) 外心 (B) 內心 (C) 重心 (D) 以上皆是



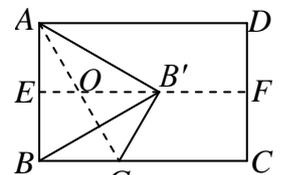
圖(十)



圖(十一)



圖(十二)



圖(十三)

22. () 農曆新年快到了，小齊想要畫幾個圓形裝飾家裡，讓家裡喜氣洋洋，小齊隨手找了一三角形紙板，三邊長分別為6、8、10，小齊開始畫了此三角形的外接圓(半徑為 R)，又繼續畫出此三角形的內切圓(半徑為 r)，則小齊畫的兩圓面積相差多少？

- (A) 21π (B) 24π (C) 25π (D) 48π

23. () 若正三角形之邊長為 8 公分，其高為 a 公分、外接圓半徑為 b 公分、內切圓半徑為 c 公分，則 $a : b : c$ 之比為何？

- (A) $3 : 2 : 1$ (B) $\sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$ (C) $\sqrt{3} : 2 : 1$ (D) $2\sqrt{3} : 2 : 1$

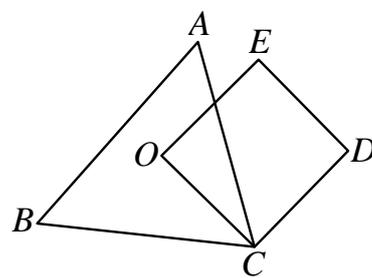
24. () 已知 a 為任意正整數， $P = (5a + 8)^2 - 6(5a + 8) + 84$ ，

則 P 一定是哪一個數的倍數？

- (A) 15 (B) 25 (C) 35 (D) 45

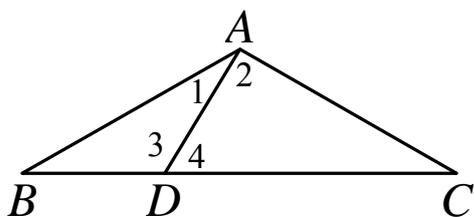
25. () 如圖， O 為銳角三角形 ABC 的外心，四邊形 $OCDE$ 為正方形，其中 E 點在 $\triangle ABC$ 的外部。判斷下列敘述何者正確？

- (A) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle AED$ 的外心
 (B) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AED$ 的外心
 (C) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle AED$ 的外心
 (D) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AED$ 的外心



二、非選擇題：(6%)

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 點在 \overline{BC} 上， $\angle BAD = 30^\circ$ ，且 $\angle ADC = 60^\circ$ 。請完整說明為何 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 與 $\overline{CD} = 2\overline{BD}$ 的理由。【105 年會考】

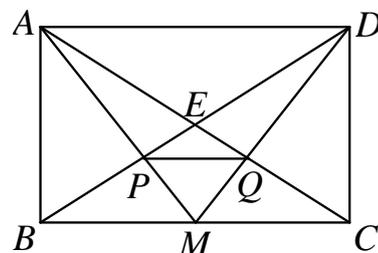


2. 右圖是小邦摺紙後的痕跡，已知矩形 $ABCD$ 中， M 為 \overline{BC} 的中點。

若 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 E 點， \overline{AM} 與 \overline{BD} 相交於 P 點， \overline{DM} 與 \overline{AC} 相交於 Q 點，試回答下列問題：

Q1：試證明 P 點為 $\triangle ABC$ 的重心。

Q2：若矩形 $ABCD$ 的面積為 216，則 $\triangle EPQ$ 的面積為多少？

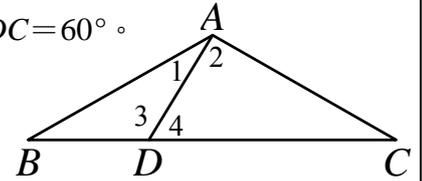


加油!加油!新的一年持續努力~~幸“虎”就在你眼前!!

二、非選擇題：6%(每題 3%) 《請將過程完整寫至該題中》

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 點在 \overline{BC} 上， $\angle BAD = 30^\circ$ ，且 $\angle ADC = 60^\circ$ 。

請完整說明為何 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 與 $\overline{CD} = 2\overline{BD}$ 的理由。【105 年會考】

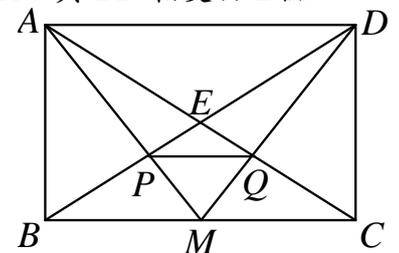


2. 右圖是小邦摺紙後的痕跡，已知矩形 $ABCD$ 中， M 為 \overline{BC} 的中點。若 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 E 點，

與 \overline{BD} 相交於 P 點， \overline{DM} 與 \overline{AC} 相交於 Q 點，試回答下列問題：

Q1：試證明 P 點為 $\triangle ABC$ 的重心。

Q2：若矩形 $ABCD$ 的面積為 216，則 $\triangle EPQ$ 的面積為多少？



花蓮縣立宜昌國民中學 110 學年度第一學期第三次段考 9 年級數學科答案卷

命題老師：邵治家老師

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、選擇題：94% (第 1~19 題，每題 4%；第 20~25 題，每題 3%)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
B	D	B	C	C	A	B	C	A	D
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
D	C	B	B	C	C	A	D	A	D
21.	22.	23.	24.	25.					
D	A	A	B	B					

二、非選擇題：6%

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 點在 \overline{BC} 上， $\angle BAD = 30^\circ$ ，且 $\angle ADC = 60^\circ$ 。請完整說明為何 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 與 $\overline{CD} = 2\overline{BD}$ 的理由。【會 105】

$$(1) \because \angle 4 = 60^\circ, \angle 1 = 30^\circ$$

根據三角形外角定理可得

$$\angle ABD = \angle 4 - \angle 1 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ = \angle 1$$

$\therefore \triangle ABD$ 為等腰三角形

$$\text{得 } \overline{AD} = \overline{BD}$$

$$(2) \text{承}(1), \angle ABD = 30^\circ$$

又 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，可得 $\triangle ABC$ 亦為等腰三角形

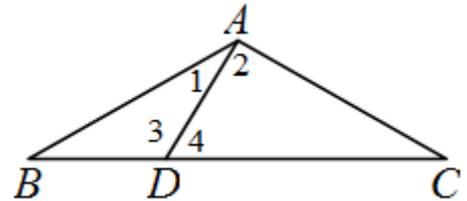
$$\text{即 } \angle C = \angle ABD = 30^\circ$$

$$\text{得 } \angle 2 = 180^\circ - \angle 4 - \angle C = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

$\therefore \triangle ACD$ 為 30° 、 60° 、 90° 的直角三角形

$$\Rightarrow \overline{AD} : \overline{AC} : \overline{CD} = 1 : \sqrt{3} : 2$$

$$\text{故 } \overline{CD} = 2\overline{AD} = 2\overline{BD}$$



2. 右圖是小邦摺紙後的痕跡，已知矩形 $ABCD$ 中， M 為 \overline{BC} 的中點。若 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 E 點， \overline{AM} 與 \overline{BD} 相交於 P 點， \overline{DM} 與 \overline{AC} 相交於 Q 點，試回答下列問題：

Q1：試證明 P 點為 $\triangle ABC$ 的重心。

$\because \overline{AC}$ 、 \overline{BD} 為矩形 $ABCD$ 的對角線

$\therefore E$ 為 \overline{AC} 的中點

在 $\triangle ABC$ 中

$\because M$ 為 \overline{BC} 的中點，且 E 為 \overline{AC} 的中點

$\therefore \overline{AM}$ 與 \overline{BE} 的交點 P 為 $\triangle ABC$ 的重心

Q2：若矩形 $ABCD$ 的面積為 216，則 $\triangle EPQ$ 的面積為多少？

根據 Q1，同理可知 Q 點亦為 $\triangle DCB$ 的重心

$$\text{可得 } \overline{EP} : \overline{EB} = \overline{EQ} : \overline{EC} = 1 : 3$$

則 $\triangle EPQ \sim \triangle EBC$ (SAS 相似性質)

$$\text{故 } \triangle EPQ \text{ 的面積} = \frac{1}{3^2} \times \triangle EBC \text{ 的面積}$$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{1}{4} \times \text{矩形 } ABCD \text{ 的面積}$$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{1}{4} \times 216 = 6$$

答：6

