

105 學年度南一評鑑測驗中心

九年級第四次教育會考模擬測驗數學科非選擇題樣卷說明

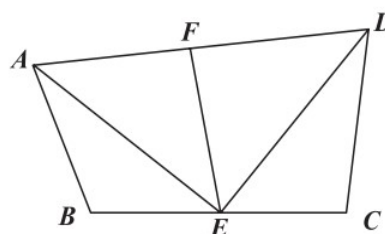
一、第 1 題試題內容、評分規準、樣卷說明

<試題內容>

如圖(十七)，四邊形 ABCD 中，F 點在 $\overline{AD}$ 上，其中 $\overline{AB} = \overline{AF}$ 且 $\overline{FD} = \overline{DC}$ ， $\angle FAB$ 之角平分線 $\overline{AE}$ 通過 $\overline{BC}$ 邊上的中點 E 。

(1) 請完整說明為何 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等的理由。

(2) 請完整說明為何 $\triangle ADE$ 面積為四邊形 ABCD 面積一半的理由。



圖(十七)

<評分規準> 依據會考的評分規準，此題的評分指引如下：

分數		評分規準
3 分		策略適切且表達合理完整，能正確說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等且 $\triangle ADE$ 面積為四邊形 ABCD 面積的一半。
2 分	(1)	策略適切，表達合理，並能正確說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等及 $\triangle FDE \cong \triangle CDE$ (SSS)。
	(2)	策略適切，表達雖合理，大致完整，能說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等且 $\triangle ADE$ 面積為四邊形 ABCD 面積的一半但沒有顯示部分步驟間的合理性。
1 分	(1)	策略適切，表達大致完整，能說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等。
	(2)	策略方向正確，但缺乏嚴謹性，不足以解決題目問題。
	(3)	策略方向正確，但未能完全將題目轉化成數學問題。
0 分		策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。

<樣卷說明>

序號	3 分樣卷-1
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
運用正確的解題方法 並完整回答問題。	

1.

(1) 在 $\triangle ABE$ 、 $\triangle AFE$ 中

$\therefore \overline{AB} = \overline{AF}$ (已知)

$\overline{AE} = \overline{AE}$ (共用邊)

$\angle FAE = \angle BAE$ ($\overline{AE}$ 為 $\angle FAB$ 的角平分線)

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE$ (SAS 全等), 故 $\overline{BE} = \overline{FE} = \overline{EC}$

(2) 在 $\triangle DFE$ 、 $\triangle DCE$ 中

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC}$ (已知)

$\overline{FE} = \overline{EC}$ (由 (1) 知)

$\overline{DE} = \overline{DE}$ (共用邊)

$\therefore \triangle DFE \cong \triangle DCE$ (SSS 全等)

故 $\triangle ADE = \triangle AFE + \triangle DFE$

$= \frac{1}{2} (\triangle AFE + \triangle ABE + \triangle DFE + \triangle DCE)$

$= \frac{1}{2} \times \text{四邊形 } ABCD \text{ 面積}$

得 $\triangle ADE$ 面積為四邊形 $ABCD$ 面積的一半

序號	3 分樣卷-2
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
策略適切且表達合理完整。	

1.

(1) 在 $\triangle ABE$, $\triangle AFE$ 中

$\therefore \overline{AE}$ 為 $\angle FAB$ 角平分線

$\therefore \angle FAE = \angle BAE$

又 $\overline{AB} = \overline{AF}$ (已知)

$\overline{AE} = \overline{AE}$ (公共邊)

得 $\triangle ABE \cong \triangle AFE$ (SAS 全等)

(2) 在 $\triangle DFE$, $\triangle DCE$ 中 得 $\triangle DFE \cong \triangle DCE$ (SSS 相似)

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE$, $a\triangle ADE = a\triangle AFE + a\triangle DFE$

$\therefore \overline{BE} = \overline{FE}$ $a\text{四邊形 } ABCD = 2(a\triangle AFE + a\triangle DFE)$

$\therefore E$ 為 $\overline{BC}$ 中點 (已知) 故 $a\triangle ADE = \frac{1}{2} a\text{四邊形 } ABCD$

$\therefore \overline{FE} = \overline{EC}$

又 $\overline{FD} = \overline{DC}$ (已知), $\overline{DE} = \overline{DE}$ (公共邊)

序號	3 分樣卷-3
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
策略適切且表達簡潔 得到正確論述。	

1.

(1) 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 中 $\Rightarrow S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AFE}$,

$\therefore 1. AB = AF$ $S_{\triangle DFE} = S_{\triangle DCE}$

2. $AE = AE$ $S_{ABCD} = S_{\triangle ABE}$

3. $\angle BAE = \angle FAE$ $+ S_{\triangle AFE}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE (SAS)$ $+ S_{\triangle DFE}$

$\downarrow$

$\therefore BE = EF, \text{又 } BE = EC$ $+ S_{\triangle DCE}$

在 $\triangle DFE$ 和 $\triangle DCE$ 中 $= 2(S_{\triangle AFE}$

$\therefore 1. FD = DC$ $+ S_{\triangle DFE})$

2. $DE = DE$ $= 2 \triangle ADE, \text{故得証}$

3. $EF = EC = BE$ ✗

$\therefore \triangle DFE \cong \triangle DCE (SSS)$

序號	2 分樣卷-1
分數	2
指引	(1)
樣卷說明	
策略適切，表達合理， 並能正確說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等及 $\triangle$ $FDE \cong \triangle CDE (SSS)$。	

1.(1)

已知 $AB = AF$, $\angle FAB$ 為角平分線 故 $\angle BAE = \angle FAE$

又 $AE = AE$ (共用邊) $\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE (SAS)$

$\therefore$

$\therefore$ 已知 $\triangle ABE \cong \triangle AFE \therefore BE = FE = EC$

又 $FD = DC$, $DE = DE$ (共用邊)

$\therefore \triangle FED \cong \triangle DEC (SSS)$

序號	2 分樣卷-2
分數	2
指引	(2)
樣卷說明	
策略適切，表達雖合理，大致完整，能說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等且 $\triangle ADE$ 面積為四邊形 $ABCD$ 面積的一半但沒有顯示部分步驟間的合理性。	

1.

(1)

$$\overline{AF} = \overline{AB}$$
$$\angle FAE = \angle BAE \text{ (角平分線)}$$
$$\overline{AE} = \overline{AE} \text{ (共用邊)}$$
$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle FAE \text{ (SAS)}$$

(2)

因為 $\triangle BAE \cong \triangle FAE$

$$\triangle FDE \cong \triangle CDE$$

所以 $\triangle AFE \text{ 面積} \times 2 = \square ABFE \text{ 面積}$

$$\triangle DFE \text{ 面積} \times 2 = \square FECD \text{ 面積}$$

所以 $\triangle ADE = \square ABCD \text{ 面積的一半}$

面積

序號	2 分樣卷-3
分數	2
指引	(2)
樣卷說明	
策略適切且表達完整 但內容有誤。	

1.

(1) 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 中

$\overline{AB} = \overline{AF}$ (題目給的)

$\angle ABE = \angle FAE$ (角平分線)

$\overline{AE} = \overline{AE}$ (共邊)

故 $\triangle ABE \cong \triangle AFE$ (SAS)

(2) 在 $\triangle FDE$ 和 $\triangle CDE$ 中

$\overline{FD} = \overline{CD}$ (題目給的)

$\overline{DE} = \overline{DE}$ (共邊)

$\angle FDE = \angle CDE$ (角平分線)

故 $\triangle FDE \cong \triangle CDE$ (SSA)

$\triangle ABE = \triangle AFE$

$\triangle FDE = \triangle CDE$

四邊形面積 = $\triangle ABE + \triangle AFE + \triangle FDE + \triangle CDE$

= 角形 $ADE = \triangle AFE + \triangle DFE$

故 $\triangle ADE$ 面積 = $\frac{1}{2}$ 四邊形 $ABCD$ 得證

序號	1 分樣卷-1	1. (1) $\triangle ABE$ 及 $\triangle AFE$ 中 $\overline{AE} = \overline{AE}$ (共用) $\overline{AB} = \overline{AF}$ $\angle BAE = \angle FAE$ $\triangle ABE \cong \triangle AFE$ (SAS) (2)
分數	1	
指引	(1)	
樣卷說明		
策略適切，表達大致完整，能說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等。		

序號	1 分樣卷-2	1. (1) 在 $\triangle ABE$ 及 $\triangle AFE$ 中 $\therefore \overline{AE} = \overline{AE}$ (共用邊) $\overline{AB} = \overline{AF}$ $\angle AEB = \angle AEF$ ($\because \overline{AE}$ 平分 $\angle FAB$) $\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE$ (SAS)
分數	1	
指引	(1)	
樣卷說明		
策略適切，表達大致完整，能說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等。		

序號	1 分樣卷-3
分數	1
指引	(2)
樣卷說明	
策略方向正確，但缺乏嚴謹性，不足以解決題目問題。	

1.

(1) $\because \overline{AF} = \overline{AB}$
 $\angle FAB$ 之角平分線 AE
 $\angle FAE = \angle BAE$
 AE 共用邊
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE$ (SAS 全等)

(2) $\because \overline{AF} = \overline{AB}, \overline{FD} = \overline{DC}$
 $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{DC}$
 $\overline{BE} = \overline{EC}$
 $\therefore \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle DCE$
故 $\triangle ADE$ 為 $\triangle ABCD$ 的一半

序號	0 分樣卷-1
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。	

1.

$\angle ABE = \angle AFE$
 $\angle BAE = \angle FAE$
故 $\triangle ABE \sim \triangle AFE$ (AA 相似)

2. $\triangle AFE = \triangle DCE$
如果兩個三角形互換位置就等於一半一半
所以 $\triangle ADE$ 的面積為 $\square ABCD$ 面積的一半。

序號	0 分樣卷-2
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。	

1.

(1) $\overline{AB} = \overline{AF}$

$\overline{FD} = \overline{DC}$

$\overline{FE} = \overline{FE}$

故 $\overline{AE} = \overline{DE}$

所以 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFE$ 全等

序號	0 分樣卷-3
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。	

1.

(1) $\overline{AB} = \overline{AF}$ (已知)

底邊: 底邊 = 面積: 面積

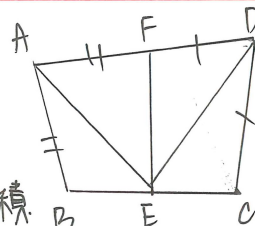
$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE$

(2) $\overline{AB} = \overline{AF}$ $\overline{AF} + \overline{AB} = \overline{FD} + \overline{DC}$

$\overline{FD} = \overline{DC}$ 底邊: 底邊 = 面積: 面積

$\therefore \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle DEC$

$\therefore \triangle ADE = \triangle ABCD \text{ 面積} - \text{半}$

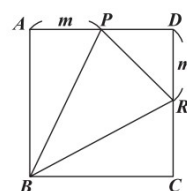


二、第 2 題試題內容、評分規準、樣卷說明

< 試題內容 >

如圖(十八)，正方形 $ABCD$ 的邊長為 10， P 、 R 兩點分別在 $\overline{AD}$ 、 $\overline{DC}$ 邊上，其中 $\overline{AP} = \overline{DR} = m$ 。

- (1) 請以 m 表示 $\triangle PDR$ 的面積。
- (2) 當 m 的值為多少時， $\triangle BPR$ 有最小面積為何？請完整說明你的理由並求出答案。



圖(十八)

< 評分指引 > 依據會考的評分規準，此題的評分指引如下：

分數		評分規準
3 分		策略適切且過程表達合理完整，計算推論出： (1) $\triangle PDR = \frac{(10-m)m}{2}$ 。 (2) 當 $m=5$ 時 $\triangle BPR$ 有最小面積 $\frac{75}{2}$ 。
2 分	(1)	策略適切，表達合理，計算推論出下列兩個結果： (1) $\triangle PDR = \frac{(10-m)m}{2}$ 。 (2) 當 $m=5$ 時 $\triangle BPR$ 有最小面積，但未正確求出最小面積 $\frac{75}{2}$ 。
	(2)	策略適切，表達合理，計算推論出下列兩個結果： (1) $\triangle PDR = \frac{(10-m)m}{2}$ 。 (2) $\triangle BPR$ 有最小面積 $\frac{75}{2}$ ，但未正確求出 $m=5$ 。
	(3)	策略適切，表達雖合理，回答也大致完整，但出現計算錯誤或沒有顯示部分步驟間的合理性。
1 分	(1)	策略方向正確，僅推論出 $\triangle PDR = \frac{(10-m)m}{2}$ 。
	(2)	策略方向正確，僅推論出 $\triangle BPR = ABCD - \triangle ABP - \triangle PDR - \triangle BCR = \frac{m^2}{2} - 5m + 50$ 。
	(3)	策略方向正確，僅推論出 $m=5$ 時， $\triangle BPR$ 有最小面積。
	(4)	策略方向正確，僅能依題意清楚列式與假設，但不足以解決題目問題。
0 分		策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。

<樣卷說明>

序號	3 分樣卷-1
分數	3
指引	(2)
樣卷說明	
策略適切且表達合理 求出正確答案。	

2. ① $\Delta PDR = \frac{(10-m)m}{2} = \frac{10m-m^2}{2}$

② $\Delta BPR = 10 \times 10 - \frac{10m}{2} - \frac{10(10-m)}{2} - \frac{10m+m^2}{2}$

$$= 100 - 5m - 5(10-m) - \frac{10m+m^2}{2}$$

$$= 100 - 5m - 50 + 5m - \frac{10m+m^2}{2}$$

$$= 50 - \frac{10m}{2} + \frac{m^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}m^2 - 5m + 50$$

$$= \frac{1}{2}(m^2 - 10m + 25) + 50 - \frac{25}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(m-5)^2 + \frac{75}{2}$$

A: ① $\left(\frac{10m-m^2}{2}\right)$ 平方單位

② 當 $m=5$ 時, ΔBPR 有最小面積 $\frac{75}{2}$ 平方單位

序號	3 分樣卷-2
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
策略適切且表達合理 完整。	

2.

i)

$$\Delta PDR = \frac{1}{2}(\overline{PD} \times \overline{DR}) = \frac{1}{2}(10-m) \times (m)$$

$$= \frac{1}{2}(10m-m^2)$$

$$= 5m - \frac{m^2}{2}$$

ii)

$$\Delta BPR = 10^2 - \frac{10 \times m}{2} - \frac{1}{2}(10m-m^2) - \frac{10(10-m)}{2}$$

$$= 100 - 5m - 5m + \frac{m^2}{2} - 50 + 5m$$

$$= \frac{m^2}{2} - 5m + 50$$

$$= \frac{1}{2}(m^2 - 10m + 5^2) + 50 - \frac{5^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(m-5)^2 + \frac{75}{2}$$

當 $m=5$ 時, ΔBPR 有最小值 $\frac{75}{2}$ A: i) $\left(5m - \frac{m^2}{2}\right)$ 平方單位

ii) 5

序號	3 分樣卷-3
分數	3
指引	(2)
樣卷說明	
策略適切且過程表達合理完整，計算推論出正確答案。	

2.

(1) $\overline{PD} = 10 - m$

$$\Delta PDR \text{ 面} = (10 - m) \times m \times \frac{1}{2}$$

$$= (10m - m^2) \times \frac{1}{2}$$

$$= 5m - \frac{m^2}{2} \text{ (平方單位)}$$

(2) $\Delta BPR \text{ 面} = \text{正方形 } ABCD - \Delta APB - \Delta BRC - \Delta PDR$

正方形 $ABCD = 100$

$\Delta APB = 10 \times m \times \frac{1}{2} = 5m$

$\overline{RC} = 10 - m$

$\Delta BRC = 10 \times (10 - m) \times \frac{1}{2} = 50 - 5m$

$\Delta PDR = 5m - \frac{m^2}{2}$

}

1 分 $\Delta BPR \text{ 面}$

$$\Rightarrow \Delta BPR = 100 - 5m - 50 + 5m - 5m + \frac{m^2}{2}$$

$$= 50 - 5m + \frac{m^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (m^2 - 10m + 25) + 50 - \frac{25}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (m - 5)^2 + \frac{15}{2}$$

當 $m = 5$ 時， ΔBPR 有最小面積 $\frac{15}{2}$ (平方單位)

序號	2 分樣卷-1
分數	2
指引	(1)
樣卷說明	
策略適切，表達合理，計算推論出結果，但未正確求出最小面積 $\frac{75}{2}$ 。	

2.

已知 $\overline{AD} = 10$ $\overline{AP} = m$

$\therefore \overline{PD} = 10 - m$

$$\Delta PDR = (10 - m) \times m \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{10m - m^2}{2} = 5m - \frac{m^2}{2}$$

正方形 $ABCD = 10 \times 10 = 100$

$$100 - \Delta APB - \Delta PDR - \Delta BRC$$

$$= 100 - (10 \times m \times \frac{1}{2}) - (5m - \frac{m^2}{2}) - [10 \times (10 - m) \times \frac{1}{2}]$$

$$= 100 - 5m - 5m + \frac{m^2}{2} - (50 - 5m)$$

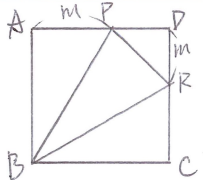
$$= 100 - 5m - 5m + \frac{m^2}{2} - 50 + 5m$$

$$= \frac{m^2}{2} - 5m + 50$$

$$= \frac{1}{2} (m^2 - 10m + 25) + 50 - 50$$

$$= \frac{1}{2} (m - 5)^2$$

$A = 5m - \frac{m^2}{2} \quad 5$



序號	2 分樣卷-2
分數	2
指引	(3)
樣卷說明	
策略適切，表達雖合理，回答也大致完整，但出現計算錯誤或沒有顯示部分步驟間的合理性。	

2. (1) $10^2 - \frac{10 \times m}{2} - \frac{m(10-m)}{2} - \frac{10(10-m)}{2}$

$\Rightarrow 100 - \frac{10m + 10m - m^2 + 100 - 10m}{2}$

$= \frac{200 - 10m + m^2 - 100}{2} = \frac{m^2 - 10m + 100}{2}$ #

(2) $\frac{m^2 - 10m + 100}{2}$ 得 $m=5$ 時， $\triangle BPR$ 最小面積為 $\frac{75}{2}$

$= \frac{(m^2 - 10m + 5^2) + 100 - 25}{2}$

$= \frac{(m-5)^2 + 75}{2}$

☆ (1) $\frac{m^2 - 10m + 100}{2}$ 平方單位，(2) $m=5$ 時， $\frac{75}{2}$ 平方單位

序號	2 分樣卷-3
分數	2
指引	(2)
樣卷說明	
能正確推論，但論證過程不完整。	

2.

(1) $\overline{PD} = 10 - m$

$$\triangle PDR \text{ 面積} = \frac{(10-m)m}{2} = \frac{-m^2 + 10m}{2}$$
$$= -\frac{1}{2}m^2 + 5m \#$$

(2)

面積	$m=1 \Rightarrow 45.5$	$\therefore$ 當 $m=5$ 時 $\triangle BPR$ 有最小面積 $37.5 \#$
	$m=2 \Rightarrow 42$	
	$m=3 \Rightarrow 39.5$	
	$m=4 \Rightarrow 38$	
	$m=5 \Rightarrow 37.5$	
	$m=6 \Rightarrow 38$	
	$m=7 \Rightarrow 39.5$	
	$m=8 \Rightarrow 42$	
	$m=9 \Rightarrow 45.5$	

序號	1 分樣卷-1
分數	1
指引	(1)
樣卷說明	
策略方向正確，僅推論 $\text{出 } \triangle PDR = \frac{(10-m)m}{2}。$	

2.

(1) $\overline{AD} = 10$ (2)

P 在 AD 上

$\therefore \overline{AP} = m$ (題目給的)

$\therefore \overline{PD} = 10 - m$

$\overline{DC} = 10$

$\overline{DR} = m$ (題目給的)

$\therefore \triangle PDR = \frac{m \times (10 - m)}{2}$

$$= \frac{10m - m^2}{2}$$

序號	1 分樣卷-2
分數	1
指引	(2)
樣卷說明	
策略方向正確，僅推論 出 $\triangle PBR = ABCD - \triangle ABP - \triangle PDR - \triangle BCR$ $= \frac{m^2}{2} - 5m + 50。$	

2.

① $\overline{PD} = 10 - m$

$\overline{PD} \times \overline{DR} \times \frac{1}{2} = \triangle PDR$

$(10 - m)m \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}m^2 + 5m$

② $\triangle PDR = -\frac{1}{2}m^2 + 5m$

$10 \times 10 = 100$

$\triangle APB = 5m$

$\triangle BCR = 50 - 5m$

$\triangle BPR = 100 - 5m - 50 + 5m + \frac{1}{2}m^2 - 5m$

$= \frac{1}{2}m^2 - 5m + 50$

$\triangle BPR = \frac{1}{2}(m^2 - \frac{5}{2}m + (\frac{5}{4})^2) - \frac{25}{8} + 50$

$= \frac{1}{2}(m - \frac{5}{4})^2 + \frac{395}{8}$

當 $m = \frac{5}{4}$ 時， $\triangle BPR$ 有最小面積 $\frac{395}{8}$

序號	1 分樣卷-3
分數	1
指引	(4)
樣卷說明	
策略方向正確，僅能依題意清楚列式與假設，但不足以解決題目問題。	

2.

$$\frac{10 \times 10}{2} = 100 - \frac{10m}{2} - \frac{m(10-m)}{2} - \frac{10(10-m)}{2}$$

$$100 - \frac{10m}{2} - \frac{10m - m^2}{2} - \frac{100 - 10m}{2}$$

$$= 100 - \frac{10m - 10m + m^2 + 100 - 10m}{2}$$

$$= 100 - \frac{10m + m^2 + 100}{2}$$

序號	0 分樣卷-1
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。	

2. 設高為 h .

(c) $\frac{mh}{2}$

因為 ABD 為正三角形
所以 $\triangle PQR$ 為等腰三角形

序號	0 分樣卷-2
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。	

2.

$$\frac{(10-m) \cdot (10-m)}{2}$$

$$= \frac{100 - 20m + m^2}{2} = \frac{m^2 - 20m + 100}{2}$$

$$A: \frac{m^2 - 20m + 100}{2}$$

$m=4 \quad \overline{RC}=6$

$$6^2 + 10^2 = \sqrt{36} = 2\sqrt{4}$$

$$m^2 + m^2 = \sqrt{2} = 4\sqrt{8}$$

$$\frac{4\sqrt{8} \times 2\sqrt{4}}{2} = 2\sqrt{8} \times \sqrt{4} \quad \text{XX}$$

序號	0 分樣卷-3
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。	

2. $\overline{PD} = 10 - m, \overline{RC} = 10 - m$

(1) $\triangle PDR$ 面積 = $m(10-m)$
 $= 10m - m^2$

(2) $\overline{BR} = (10-m)^2 + 10^2$
 $= 100 - 20m + m^2 + 100$
 $= m^2 - 20m + 200$