

107 學年南一評鑑測驗中心

九年級第四次教育會考模擬測驗數學科非選擇題樣卷說明

一、第 1 題試題內容、評分規準、樣卷說明

< 試題內容 >

1. 有甲、乙、丙、丁、戊、己六人相約跳繩比賽，規則如下：

①每人各跳 30 秒；

②規定時間內跳的次數最多者為第一名，次多者為第二名，……，以此類推。

表(一)為這六人的跳繩次數登記表，其中甲、乙兩人的跳繩次數尚未填入且均小於 100 下。已知此六人跳繩次數的平均數是 60 下，乙為第一名且其次數為其他五人中某人的兩倍，請回答下列問題：

表 (一)

甲	乙	丙	丁	戊	己
		60	47	85	39

(1) 若甲跳 x 下，乙跳 y 下，則 $x+y$ 之值為何？

(2) 甲在本次比賽的名次可能為何？請寫出所有可能的答案，並完整說明你的理由。

< 評分規準 > 依據會考的評分規準，此題的評分指引如下：

分數		評分規準
3 分		策略適切且表達合理完整，能正確計算 $x+y=129$ ，且完整說明甲可能為第 5 名或第 6 名的理由。
2 分	(1)	能正確計算 $x+y=129$ ，且推測出乙兩種可能的跳繩次數，但過程不夠完整無法顯示步驟間的合理性。
	(2)	能正確列出 $x+y=129$ ，且正確推論出甲為第 5 名或第 6 名其中一種情形。
	(3)	能正確推論甲可能為第 5 名或第 6 名。
1 分	(1)	能正確計算 $x+y=129$ 。
	(2)	能推測出乙的跳繩次數。
0 分		策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。

<樣卷說明>

序號	3分樣卷-1
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
運用正確策略並清楚表達解題過程。	

1. 甲跳 x 下, 乙跳 y 下, 且 $x < 100$ $y < 100$
 又 6 人平均跳 60 下
 $\Rightarrow x + y + 60 + 47 + 85 + 39 = 60 \times 6 = 360$
 $\Rightarrow x + y = 129$

2. 乙為第一名且為某人之 2 倍
 若乙為己之 2 倍 \Rightarrow 乙為 78 (不合: 非第一)
 若乙為丙之 2 倍 \Rightarrow 乙為 120, 甲為 9 (不合: $120 > 100$ 下)
 若乙為丁之 2 倍 \Rightarrow 乙為 94, 甲為 35 \Rightarrow 甲為第 6 名
 若乙為甲之 2 倍 \Rightarrow 乙為 86, 甲為 43 \Rightarrow 甲為第 5 名
 若乙為戊之 2 倍 \Rightarrow 乙為 170 (不合: $170 > 100$ 下)
 \Rightarrow 甲可能為第五名 or 第六名
 $A = \text{'129' } 5, 6$

序號	3分樣卷-2
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
運用正確的解題方法並完整回答問題。	

1. (1) $\frac{x+y+60+47+85+39}{6} = 60$
 $x+y+231 = 360$
 $x+y = 129$

(2) \because 乙為第一名 $\therefore Z \geq 85_{(戊)}$
 \because 甲乙皆小於 100 下 $\therefore Z < 100$
 $\Rightarrow 85 \leq Z < 100$
 $(85 \leq y < 100)$
 又乙為其他人中的某人的 2 倍
 若 $Z = 60 \times 2 = 120 \Rightarrow$ 不合 (太大)
 $Z = 47 \times 2 = 94$, 則甲 $= 129 - 94 = 35 \Rightarrow$ 第六名
 $Z = 85 \times 2 = 170 \Rightarrow$ 不合 (太大)
 $Z = 39 \times 2 = 78 \Rightarrow$ 不合 (太小)
 $Z = 2x \Rightarrow y = 2x$
 $\begin{cases} x+y=129 \\ y=2x \end{cases} \Rightarrow x=43 \Rightarrow$ 甲為第五名
 $y=86$ 答: (1) 129
 (2) 第五或第六名

序號	3 分樣卷-3
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
策略適切且表達合理 得到正確答案。	

1. ⁽¹⁾ 甲+乙+丙+丁+戊+己 = $60 \times 6 = 360$
 $x + y + 60 + 47 + 85 + 39 = 360$
 $\Rightarrow x + y = 360 - 231 = 129$

⁽²⁾ \because 乙是第一名 \therefore 乙 > 85 , 且乙 < 100 (已知)
 \Rightarrow 甲 < 44
乙只可能是甲或丁的兩倍
 $\because 60 \times 2 > 100$ $85 \times 2 > 100$ $39 \times 2 < 85$

① 若乙是甲的兩倍 $x + 2x = 129$
 $x = 43$
 \Rightarrow 甲第5名

② 若乙是丁的兩倍 $y = 94$ $x = 35$
 \Rightarrow 甲第6名

A: ⁽¹⁾ $x + y = 129$ ⁽²⁾ 第5或第6名

序號	2 分樣卷-1
分數	2
指引	(1)
樣卷說明	
能正確計算出 $x + y = 129$, 能正確推算出乙兩種可能的跳繩次數。	

1.

六人共跳了 $60 \times 6 = 360$ 下
甲+乙共跳了 $360 - (60 + 47 + 85 + 39) = 129$ 下 $= x + y$ 下
乙為某人兩倍 但乙必不為丙, 戊兩倍 \because 超過100下

① 若 $z = 2 \times d = 94$
甲 = $129 - 94 = 35$ 下 \Rightarrow 為第6名

② 若 $z = 2 \times c = 78$
甲 = $129 - 78 = 51$ 下 \Rightarrow 為第4名

③ 若 $z = 2 \times a \Rightarrow y = 2x$

$$\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 129 \end{cases} \quad \begin{matrix} 3x = 129 \\ x = 43 \end{matrix}$$

 $x = 43$ 下 \Rightarrow 為第5名

序號	1 分樣卷-1
分數	1
指引	(1)
樣卷說明	
能正確計算出 $x+y=129$ 。	

1.

(1) $\frac{x+y+60+47+85+39}{6} = 60$

$x+y+60+47+85+39 = 360$

$x+y+231 = 360$

$x+y = 129$

序號	1 分樣卷-2
分數	1
指引	(1)
樣卷說明	
能正確計算出 $x+y=129$ 。	

1.

(1) $x < 100$ $x < y$ $x+y > 100$
 $y < 100$ $x > 85$

(2)

① 294 ⑥ 甲 35 $z \rightarrow 94$ $4 \times x^2$

② 1785 $= 94\#$

③ 丙 60

④ 丁 47

⑤ 己 39

$94+60+47+85+39$

$= 325$ 甲 $\rightarrow 35$

$6 \times 60 = 360$

$360 - 325 = 35\#$

序號	1 分樣卷-3
分數	1
指引	(1)
樣卷說明	
能正確計算出 $x+y=129$ 。	

1.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 60 \times 6 = 360 \\
 & 360 - (60 + 47 + 85 + 39) \\
 & = 360 - 231 = 129 \\
 & x + y = 129 \\
 & A: 129
 \end{aligned}$$

序號	0 分樣卷-1
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
解題過程內容模糊不清或與題目無關。	

1.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \cancel{x+y+60+47+85+39} = \cancel{x+y+132} \\
 & \cancel{x+y+60} (x+y+60+47+85+39) \div 5 \\
 & = 60 \\
 & (x+y+231) \div 5 = 60 \\
 & x+y+231 = 300 \\
 & x+y = 69 \\
 (2)
 \end{aligned}$$

序號	0 分樣卷-2
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
解題過程內容模糊不清或與題目無關。	

1.

甲, 乙 < 100.

(1) 平均 = 60

甲 = ~~x~~

乙 = ~~y~~ $\times 2$

乙 = $47 \times 2 = 94$

甲 = $100 - 60 = 40$

$94 + 40 = 134$ ✗

(2)

A = 134

序號	0 分樣卷-3
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
解題過程內容模糊不清或與題目無關。	

1.

(1) 設 60 為基準, $J \rightarrow -13, K \rightarrow 25, E \rightarrow -21$

\therefore 平均是 60

$\therefore x + y = (-13 + 25 - 21 + 60) \times 2 = 102$

(2) \therefore 乙為第一名且為某人的兩倍.

$\frac{102}{2} \leq y \Rightarrow y \geq 51$

\therefore y 可能是 J 或 E 的兩倍

則甲可能是

① $102 - 47 \times 2 = 8$

② $102 - 39 \times 2 = 24$

A: 第 ~~三~~ ^二 名

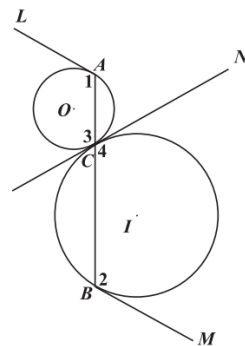
甲	乙	丙	丁	戊	己
8	94	60	47	85	79

二、第 2 題試題內容、評分標準、樣卷說明

< 試題內容 >

2. 圖(十六)為晴晴 812 班的班徽設計平面圖，此平面圖為兩個半徑分別為 12 與 6 的圓，以及三條直線 L、M、N 與線段 AB 所組成。已知兩圓外切於 C 點，直線 L 切圓 O 於 A 點，直線 M 切圓 I 於 B 點，直線 N 為兩圓的內公切線，且線段 AB 恰通過 C 點。請回答下列問題：

- (1) 請完整說明直線 L 平行直線 M 的理由。
- (2) 若 $\overline{AC} = 6\sqrt{3}$ ，則劣弧 BC 的度數為何？
請完整說明你答案的理由。



圖(十六)

(註： $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 皆為弦切角)

< 評分指引 > 依據會考的評分標準，此題的評分指引如下：

分數		評分標準
3 分		策略適切且表達合理完整，解題過程完整且答案正確。
2 分	(1)	能正確說明直線 L 與直線 M 平行的理由，但在計算 \widehat{BC} 的度數時解題策略正確，但解題過程發生錯誤，導致無法得到正確答案。
	(2)	能正確說明直線 L 與直線 M 平行的理由，且正確計算 \widehat{BC} 的度數，但解題過程過於簡略無法顯示步驟間的合理性。
	(3)	能正確計算 \widehat{BC} 的度數且解題過程完整，但未能正確說明直線 L 與直線 M 平行的理由。
1 分	(1)	能正確說明直線 L 與直線 M 平行的理由。
	(2)	解題方向或策略正確，但未能進一步解題，例如計算出 $\angle AOD = 60^\circ$ 。
0 分		策略模糊不清；解題過程空白或與題目無關。

＜様卷説明＞

序號	3 分樣卷-1
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
運用正確解題策略並清楚表達作法。	

序號	3 分樣卷-2
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
運用正確簡潔的解題方法。	

序號	3 分樣卷-3
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
策略適切且表達合理 求出正確答案。	

2.

$\angle 3 = \angle 4$ (對頂角)

$\angle 1 = \angle 3$ $\angle 4 = \angle 2$ (\because 所對弧相等
且皆為弦切角)

故 $\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow L \parallel M$ (內錯角相等)

做圓 O 半徑垂直平分 \widehat{AC} , 交 \widehat{AC} 於 M $\Rightarrow MC = \frac{6\sqrt{3}}{2}$
 $= 3\sqrt{3}$

$\triangle OCM$ 中: $OM = \sqrt{OC^2 - MC^2} = \sqrt{6^2 - 3\sqrt{3}^2} = 3$

故 $\triangle OCM$ 為 30-60-90 直角 \triangle
 (\because 邊長比 3:6:3 $\sqrt{3}$)

$\angle COA = 2\angle COM = 60^\circ \times 2 = 120^\circ = \widehat{AC}$

$\widehat{AC} = \widehat{BC} \because L \parallel M \therefore$ 平行截等弧
 且 $\angle 1 = \angle 2$ 相同弦切角所對弧相等

故 $\widehat{BC} = 120^\circ$

序號	3 分樣卷-4
分數	3
指引	(1)
樣卷說明	
策略適切且表達合理 求出正確答案。	

2.

① $\angle 1 = \angle 3$ (\because 同為優弧 \widehat{AC} 的弦切角)
 $\angle 2 = \angle 4$ (\because 同為優弧 \widehat{BC} 的弦切角)
 又 $\angle 3 = \angle 4$ (對頂角)
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$
 故直線 L 平行直線 M (內錯角相等)

② 設 O 點與 \widehat{AC} 垂直交於 D 點。
 $AD = \frac{1}{2} \widehat{AC} = 3\sqrt{3}$
 AO 為半徑 $\Rightarrow AO = 6$
 $AO = 6, AD = 3\sqrt{3}$, 又 $\angle ADO = 90^\circ$
 $\Rightarrow \triangle ADO$ 為內角 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 的三角形
 其中 $\angle AOD = 60^\circ \Rightarrow \angle AOC = 120^\circ$
 $\quad \quad \quad = \text{劣弧 } \widehat{AC}$
 劣弧 $\widehat{BC} = \text{劣弧 } \widehat{AC} = 120^\circ$
 ($\because \angle 1 = \angle 2$) Ans: (1) 120°

序號	2 分樣卷-1
分數	2
指引	(1)
樣卷說明	
能正確說明直線 L 與直線平行的理由，推論出劣弧 BC 度數的解題策略正確，但過程出現錯誤，以致無法出現正確答案。	

2.

$$\begin{aligned} (1) \quad & \angle 1 = \frac{1}{2} \widehat{AC} \\ & \angle 3 = \frac{1}{2} \widehat{AC} \\ & \therefore \angle 1 = \angle 3 \\ & \angle 4 = \frac{1}{2} \widehat{BC} \\ & \angle 2 = \frac{1}{2} \widehat{BC} \\ & \therefore \angle 2 = \angle 4 \\ & \angle 3 = \angle 4 \text{ (對頂角相等)} \\ & \therefore \angle 1 = \angle 2 \text{ (內錯角相等)} \\ & \therefore L \parallel M \end{aligned}$$

(2) 連 OC ， O 到 AC 的垂線交 AC 於 D 點

$$\begin{aligned} \triangle AOD &\cong \triangle COD \text{ (RHS)} & \rightarrow \angle ACO = 30^\circ \\ \overline{OC} &= 3\sqrt{3} & \overline{AB} \text{ 平分 } \angle OCM \\ \overline{OD} &= \frac{1}{2} \overline{OC} = \frac{3\sqrt{3}}{2} & \rightarrow \angle ACO = \angle OCM = 30^\circ \\ \overline{AD} &= \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3} & \text{劣弧 } AC = \frac{60^\circ}{180^\circ} \times 360^\circ = 120^\circ \\ & \rightarrow \angle AOC = 120^\circ & \text{劣弧 } BC = 60^\circ \end{aligned}$$

序號	2 分樣卷-2
分數	2
指引	(1)
樣卷說明	
能正確說明直線 L 與直線平行的理由，推論出劣弧 BC 度數的解題策略正確，但過程出現錯誤，以致無法出現正確答案。	

2.

(1) $\therefore \angle 3, \angle 4$ 分別為 \widehat{AC} 弦、 \widehat{BC} 弦和內公切線 N 構成的弦切角

$\therefore \angle 3, \angle 4$ 分別 = 優弧 AC 、優弧 BC 的圓周角

又 $\angle 3 = \angle 4$ (對頂角)

\therefore 優弧 AC 度數 = 優弧 BC 度數

弦切角 $\angle 1, \angle 2$ 亦 = 優弧 AC 、優弧 BC 的圓周角

故 $\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow$ 直線 $L \parallel$ 直線 M (內錯角相等)

連 AO, CO, CI, BI

\therefore 優弧 AC 度數 = 優弧 BC 度數

\therefore 劣弧 AC 度數 = 劣弧 BC 度數

$\therefore \angle AOC = \angle BIC$ $\because AC = 6\sqrt{3}$ 又圓 O 半徑 = 6

$\therefore AO : OC : AC = 1 : 1 : \sqrt{3} \Rightarrow \angle AOC = \angle BIC = 120^\circ$ (has 120)

$\therefore BI : CI : BC = 1 : 1 : \sqrt{3} = 12 : 12 : 12\sqrt{3}$

序號	2 分樣卷-3
分數	2
指引	(2)
樣卷說明	
能正確推論出劣弧 BC 的度數為 120° 解題過程完整, 但未說明直線 L 與直線平行的理由。	

2.

(1) 直線 L、直線 M 均為圓的切線。
 $\angle OAL = \angle IBM = 90^\circ$

\widehat{BC} 所對到 $\angle CIB$.
 $\widehat{BC} = 120^\circ$

(2) 圓 O 作中垂線於 AC.
 設點 P 為 AC 中點。
 $OC = 6$ (半徑).
 $CP = 3\sqrt{3}$.
 $OP = 3$.
 $\sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3$.
 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$.
 $\angle POC = 60^\circ$.
 $\angle AOC = 60^\circ \times 2 = 120^\circ$.
 $\triangle AOC \sim \triangle CIB$.

序號	2 分樣卷-4
分數	2
指引	(2)
樣卷說明	
能正確推論出劣弧 BC 的度數為 120° 解題過程完整, 但未說明直線 L 與直線平行的理由。	

2. ① L & M 線
 一起切於二圓之 A、B 點
 A、B 點連線 = 直線
 \therefore 直線 L // M

② $AC = 6\sqrt{3}$
 連接 AO & CO
 $\rightarrow AO = CO = 6$ (小圓半)
 $\therefore \triangle AOC$ 為等腰三角形
 $30^\circ - 30^\circ - 120^\circ$
 $\Rightarrow l = 1 = \sqrt{3}$
 $\Rightarrow b = 6 = 6\sqrt{3}$

AB 切圓 O & I ($\angle 1 = \angle 4 = \angle 3$)
 $\therefore \angle AOC = \angle CIB = 120^\circ$
 $\therefore \widehat{BC} = 120^\circ$ # ②

序號	1 分樣卷-1
分數	1
指引	(1)
樣卷說明	
能正確說明直線 L 與直線平行的理由。	

2.

(1) 1. 在圓 O 每圖中 $\therefore \widehat{AC} = \widehat{CB}$
 $\therefore \angle 3 = \angle 4$ (對頂角) $\therefore \angle 1 = \angle 2$ (圓周角)
 $\therefore \frac{1}{2}\widehat{AC} = \frac{1}{2}\widehat{CB}$ (圓周角) 故 $\angle 1 \parallel \angle 2$ (內錯角)
 故 $\widehat{AC} = \widehat{CB}$

(2) 1. 連 AO, OC, IC, IB 即 $\widehat{AC} = \widehat{CB} = 1 \times 2$
 $\therefore \widehat{AC}(\text{優}) = \widehat{BC}(\text{優})$ 則 $\widehat{BC} = 2 \times 65^\circ$
 $\therefore 360^\circ - \widehat{AC}(\text{優}) = 360^\circ - \widehat{BC}(\text{優})$
 $\therefore \widehat{AC}(\text{劣}) = \widehat{BC}(\text{劣})$
 $\Rightarrow \angle AOC = \angle BIC$
 2. $\triangle AOC$ 與 $\triangle BIC$ 中
 $\therefore \angle AOC = \angle BIC$
 $AO = IC = CO = IB = 6 \times 12$
 $= 1 \times 2$
 故 $\triangle AOC \sim \triangle BIC$ (SAS 相似)

$A = 125^\circ$ 單位

序號	1 分樣卷-2
分數	1
指引	(1)
樣卷說明	
能正確說明直線 L 與直線平行的理由。	

2.

(1) $\angle 3 = \angle 4$ (對頂角相等)

$\therefore \angle ADC - \angle CAD = \angle ACD$ 先將 L 和 N 綫段延長.

$\therefore \angle CAD = \angle ACD$ (\therefore 是平角)

$\therefore \angle 1 = \angle 3 = \angle 4$

在將 M 和 N 綫段延長得 $\triangle CBE$

$\therefore \angle CEB - \angle ECB = \angle ECB$

$\therefore \angle ECB = \angle ECB$ (\therefore 是平角)

$\therefore \angle 1 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 2$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (同錯角相等)

\therefore 直線 L \parallel 直線 M

序號	1 分樣卷-3
分數	1
指引	(2)
樣卷說明	
<p>解題方向正確或策略正確，但只能推論出一些相關性質，但未能進一步解題。</p>	

2.

(2)

∵ 圓 O, 圓 I 外切 ∴ $\triangle CDI$ 為直角三角形

∴ $IC = 12$ $\angle CID = 60^\circ$

設 BC 中點為 D $\angle DIB = 60^\circ$

∴ $CD = 6\sqrt{3}$ $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

$DI = 6$ $\angle CIB$ 所對 $\widehat{BC} = 120^\circ$

$\therefore 120^\circ$

序號	0 分樣卷-1
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
<p>解題過程內容模糊不清或與題目無關。</p>	

2.

(2)

∴ $\widehat{AC} = 6\sqrt{3}$

圓 O 半徑 = 6

$12 \times \frac{x}{360} \times \pi = 6\sqrt{3}\pi$

$\frac{x}{360} \times \frac{\pi}{2}$

$2x = 360\sqrt{3}$

$x = 180\sqrt{3}$

序號	0 分樣卷-2
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
解題過程內容模糊不清或與題目無關。	

2.

1) \because 圓O與圓I半徑成比例1:2
兩圓外切, AB為一直線
 $\therefore \widehat{AC} = \widehat{CB}$

序號	0 分樣卷-3
分數	0
指引	(1)
樣卷說明	
解題過程內容模糊不清或與題目無關。	

2.

(1)

\because 直線 l 是圓 O 的切線
直線 m 是圓 I 的切線

\therefore 直線 $l \parallel$ 直線 m .